ЦИФРОВА МОДЕЛЬ ДЛЯ ЯДЕР РОЗСІЮВАННЯ В РЕНТГЕНОГРАФІЇ

О. М. Соколов

Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ, Україна

У рентгенографії розсіяне випромінювання погіршує якість знімків. Робота присвячена оцінці розсіювання, яка випереджає етап компенсації розсіювання, причому не передбачається використання апаратних засобів (решіток для антірозсіювання). Випромінювання, що падає на досліджуваний об'єкт, представляється комбінацією вузьких променів, а отримане зображення - комбінацією зображень для кожного променя [1]. Потрібно вміти оцінювати розсіювання для кожного вузького, елементарного променя (спрощено, це і є ядра розсіювання).

У загальному випадку ядро розсіювання важко описати аналітичним виразом, але можна оцінити за допомогою імітації за методом Монте-Карло. В об'єкті дослідження слід виділити області з подібною структурою і проводити оцінку ядер розсіювання для кожної з таких областей. У простому випадку однорідної регулярної мішені розподіл розсіяного випромінювання має кругову симетрію, формула для розсіяного випромінювання такого променя в полярній системі координат залежить тільки від відстані від центру розподілу:

$$I_0(r) = \frac{\alpha \cdot \exp(-\beta \cdot r)}{r}, \qquad \text{де } \alpha \text{ і } \beta \text{ – параметри.} \tag{1}$$

Трохи узагальнюючи формулу (1) ми можемо в більш загальному, але все ще симетричному випадку, використовувати формулу

$$I(r,\theta) = I(r) = \exp(\sum_{i=1}^{k} c_i f_i(r)) = \exp(c_1 f_1(r)) \cdot \ldots \cdot \exp(c_k f_k(r)), \tag{2}$$

де c_i -набір параметрів, $f_i(r)$ - набір базисних функцій.

Для несиметричного випадку в модель треба ввести явну залежність від кута θ. Це можна зробити, ускладнивши формулу (2) і перейшовши до функції двох змінних [2]. На етапі наближення такої формули до виміряних даних або до результатів моделювання за методом Монте-Карло доведеться вирішувати багатопараметричне завдання на мінімум для функції двох змінних. Певні труднощі представляє і сам вибір функції від змінних (r, θ), зручною для опису ядра розсіяного випромінювання. Уникнути труднощів, які виникають, можна, якщо звести справу до багаторазового вирішення завдання для однієї змінної.

Пропонується наступний підхід.

1) Проводимо моделювання по методу Монте-Карло для сітки аргументів у полярній системі координат (r_n, θ_m). Крок за кутом можна взяти близько 10-ти градусів. Отримуємо модельні значення ядра розсіювання $g_{n,m}$.

2) Для фіксованого значення кута θ_m отримані значення $\boldsymbol{g}_m = (g_{1m}, g_{2m}, \ldots, g_{Nm})$ будемо апроксимувати виразом виду (2), тобто функцією однієї змінної. При визначенні параметрів моделі (2) її прирівнюють до отриманих (при вимірюванні або моделюванні по Монте-Карло) даними.

$$\exp(\sum_{i=1}^{k} c_i^{(m)} f_i(r_n)) = g_{nm}, \; n = 1,\ldots, N \; . \tag{3}$$

3) Це співвідношення можна пропологаріфмувати і прийти до традиційної задачі уявлення залежності лінійної комбінацією функцій з подальшим визначенням параметрів в лінійному варіанті методу найменших квадратів (МНК):

$$\sum_{i=1}^{k} c_i^{(m)} f_i(r_n) = \ln(g_{nm}), \; n = 1,\ldots, N. \tag{4}$$

Побудоване наближення, формулу (2) з визначеними параметрами $c_i^{(m)}$, позначимо як $I_m(r)$. Приклад результату апроксимації прологаріфмірованних даних наведено на рис.1, а отримане наближення ядра розсіювання вздовж радіуса - на рис.2.

3) Визначаємо набір параметрів $c_i^{(m)}$ для кожного значення кута θ_m і будуємо залежності $I_m(r)$, які наближають значення ядра розсіювання вздовж радіуса.

4) Чисельне значення моделі ядра розсіювання для довільних значень аргументів ($r,\ \theta$) будуємо за правилом

$$M(r,\theta) = w_m \cdot I_m(r) + w_{m+1} \cdot I_{m+1}(r)\ , \tag{5}$$

де вагові коефіцієнти $w_m = \dfrac{\theta_{m+1} - \theta}{\theta_{m+1} - \theta_m}$, $w_{m+1} = \dfrac{\theta - \theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_m}$, а значення кута θ потрапляє в інтервал $[\theta_m,\ \theta_{m+1}]$.

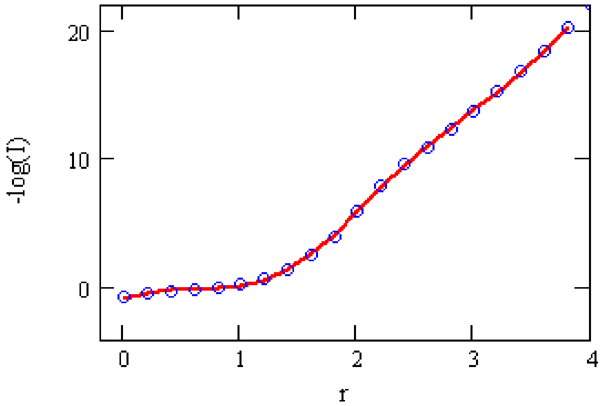

Рис. 1. Наближення даних, після їх логарифмування, функціями ($1,\ r,\ \cos(r), \sin(r), \cos(3r), \sin(3r)$) для фіксованого кута θ

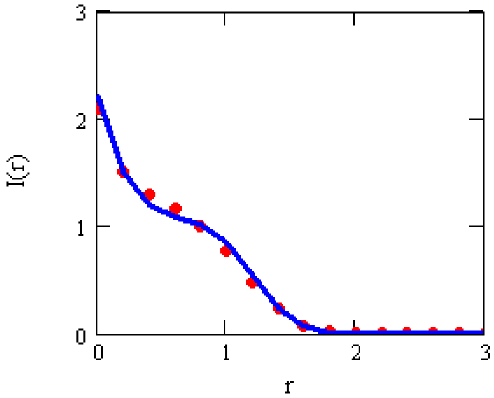

Рис. 2. Модельне ядро розсіювання і апроксимуюча дані залежність для фіксованого кута θ

Таким чином двовимірну поверхню ядра розсіювання вдається побудувати на основі набору одновимірних залежностей. Відзначимо, що набір лінійно незалежних базисних функцій ми можемо вибирати досить довільно, враховуючи міркування зручності, властивість ортогональності та інше. Наприклад, такою системою функцій можуть бути ступеня змінної r - (r1 / 2, r2, r3, r4, r5) [2], тригонометричні функції (1, r, cos (r), sin (r), cos (3r), sin (3r)), ортогональні поліноми.

У разі, коли обсяг обчислень на етапі імітаційного моделювання достатній, щоб отримати згладжені дані, можна ще спростити запропонований алгоритм. Процедуру апроксимації в пункті 3) можна замінити найпростішої кусочно-лінійною інтерполяцією, що помітно скоротить обсяг необхідних обчислень

Запропонована цифрова модель ядра розсіювання дозволяє описувати одержувані при моделюванні різні, не обов'язково симетричні, розподіли. Надалі, на етапі компенсації розсіювання, процедура обчислення моделі $M\ (r,\ \theta)$, з отриманими параметрами, використовується в математичних співвідношеннях між падаючим випромінюванням, структурою об'єкта і зображенням, що реєструється.

1. E.-P. Ruhrnschopf, K.Klingenbeck. Scatter estimation approaches. Med. Phys 38 (9). 2011. P. 5186-5199.
2. A. Y. Danyk, O. O. Sudakov. Physical bases for determination of scattering kernels from incomplete data in grid-less X-ray imaging. Nuclear Physics and Atomic Energy. Vol.22 (2), 2021. P.189-196.